Gleichungen

Reinhard Fink

2022.10.17

Inhaltsverzeichnis

1 Lösen von Textaufgaben mit Argumentieren

1.1 Aufgabe 1

Iris und Alexander sitzen in der Schule nebeneinander; sie sind gleich alt. Alexanders Bruder Benedikt ist um vier Jahre älter. Alle drei Kinder zusammen sind 37 Jahre alt. Wie alt sind sie?

1.2 Lösung mit Argumentieren Aufgabe 1

Alexander, Benedikt und Iris sind in Summe 37 Jahre alt. In dieser Summe sind auch die 4 Jahre enthalten, die Benedikt älter ist. Zieht man von 37 diese 4 Jahre ab, wären alle Kinder gleich alt und die Summe ihrer Alter beträgt nun 33. Wenn die Summe dreier gleich alter Kinder 33 beträgt, dann ist ein Kind 11 Jahre alt. Daraus folgt, dass Alexander und Iris jeweils 11 Jahre und Benedikt 15 Jahre alt ist.

1.3 Lösung mittels Rechnung

Bei einfachen Aufgabestellungen manchmal möglich.

$$(37-4):3=11$$

1.4 Lösung mittels algebraischer Gleichung

x Alter von Iris & Alexander, x+4 Alter von Benedikt

$$x+x+(x+4)=37$$

1.5 Aufgabe 2

Ein Baum wirft mittags einen Schatten, dessen Länge $\frac{1}{2}$ mal so groß ist wie die Baumhöhe. Einige Stunden später ist der Schatten um 27 m gewachsen und ist nun doppelt so lange wie die Baumhöhe.

1.6 Lösung mit Argumentieren Aufgabe 2

Erstelle Skizzen und versuche zu argumentieren.
Wenn eine halbe Baumlänge plus 27 m vier halbe Baumlängen ergeben, dann muss 27 m drei halben Baumlängen entsprechen. Daraus folgt, dass eine halbe Baumlänge $27:3=9m$ beträgt.

1.7 Lösung mittels algebraischer Gleichung

H Höhe des Baumes

$$\frac{H}{2}+27=2H$$

2 Gleichungen

Definition 1 (Term)
Ein Term *ist ein mathematischer Ausdruck, der aus*

- *Zahlen*
- *Variablen*
- *Rechenzeichen*

besteht, die mathematisch sinnvoll angeordnet sind.

Bsp. für einen Term

$$T : 3 \cdot (+5) \cdot y + \frac{1}{z} - \frac{1}{2}$$

Bsp für keinen Term:

$$3.x+ : -5$$

Definition 2 (Gleichungen)
Werden zwei Terme mit einem Gleichheitszeichen gleichgesetzt so nennt man das eine Gleichung*:*

$$T_{links} = T_{rechts}$$

Bsp.:

$$\frac{3}{2} \cdot x + 7 = 9$$

3 Idee Gleichungen lösen

Bsp:

$$\frac{3}{2} \cdot x + 7 = 9$$

Gleichung werden so lange umgeformt, bis man die „einfachste“ Form $x = ...$ erhält, aus der die Lösung einfach abgelesen werden kann.
Bsp.:

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} \cdot x + 7 &= 9 \\ \frac{3}{2} \cdot x &= 2 \\ x &= 2 \cdot \frac{2}{3} \\ x &= \frac{4}{3} \end{aligned}$$

4 Waage - Modell einer Gleichung

4.1 Idee

Eine Gleichung wird mit einer Waage verglichen.

Welche Veränderung sind mit den Waagschalen erlaubt, ohne die Waage aus dem Gleichgewicht zu bringen?

4.2 Links und rechts dasselbe dazu geben bzw. wegnehmen

Zahlen:

$$\frac{3}{2} \cdot x + 7 = 9 / \quad + (-7)$$
$$\frac{3}{2} \cdot x + 7 + (-7) = 9 + (-7)$$
$$\frac{3}{2} \cdot x = 2$$

aber auch Variable:

$$\frac{3}{2} \cdot x + 7 = 2 - x / + x$$
$$\frac{3}{2} \cdot x + 7 + x = 2 - x + x$$
$$\frac{5}{2} \cdot x + 7 = 2$$

4.3 Links und rechts mit demselben vervielfachen bzw. teilen

Zahlen:

$$\frac{1}{2} \cdot x = 9 / \quad \cdot 2$$
$$\frac{1}{2} \cdot x \cdot 2 = 9 \cdot 2$$
$$x = 18$$

aber auch Variable:

$$\begin{aligned}\frac{3}{x} &= 2/ \quad \cdot x \\ \frac{3}{x} \cdot x &= 2 \cdot x \\ 3 &= 2x\end{aligned}$$

Achtung:
Jeweils die ganzen Seiten der Gleichung werden multipliziert:

$$\begin{aligned}\frac{3}{x} &= 2 + x/ \cdot x \\ \frac{3}{x} \cdot x &= (2 + x) \cdot x \\ 3 &= 2x + x^2\end{aligned}$$

5 Grundmenge - Lösungsmenge

Beispiel: In der 3a Klasse mit 30 SchülerInnen gibt es um 2 Burschen mehr als die doppelte Mädchenanzahl.
Wie viel Mädchen und Burschen befinden sich in der 3a?

- Bestimmen einer Variable:

  $$m = \text{Anzahl der Mädchen in 3a}$$

- Gleichung ansetzen:

  $$m + Buben = 30$$

- Gleichung lösen:

  $$m + 2m + 2 = 30$$

  $$3m + 2 = 30$$

  $$3m = 28$$

  $$m = \frac{28}{3} = 9\frac{1}{3}$$

Welche Werte dürfen zum Einsetzten überhaupt hergenommen werden?
Nur positive natürliche Zahlen sind die Werte, welche wir sinnvoll für die Variable m einsetzen dürfen.

Definition 3 (Grundmenge)
Die Grundmenge *ist jene Menge aus der in die Variablen der Gleichung eingesetzt werden darf.*

Bsp. oben:

$$\mathrm{G} = \mathbb{N}$$

Bemerkung:
Entweder ist die Grundmenge gegeben oder sie muss sinnvoll zu einer gegebenen Situation bestimmt werden.

Definition 4 (Lösungsmenge)
Die Lösungsmenge *besteht aus jenen Elementen der Grundmenge, die in Gleichung eingesetzt wahre Aussagen ergeben.*

Bsp. oben:
$\mathrm{L} = \{\}$ leere Lösungsmenge

Bemerkung:
Umformung, welche die Lösungsmenge verändert
Beispiel für eine Umformung, die links und rechts das Gleiche macht, aber die Lösungsmenge verändert!
Bsp. 1:

$$\mathrm{G} = \mathbb{Q}$$

$$x = 2/^2 \quad \mathrm{L} = \{2\}$$

$$x^2 = 4 \quad \mathrm{L} = \{-2, +2\}$$

Bsp. 2:

$$\mathrm{G} = \mathbb{Q}$$

$$x = 3/\cdot 0 \quad \mathrm{L} = \{3\}$$

$$0 = 0 \quad \mathrm{L} = \mathrm{L} = \mathbb{Q}$$

Definition 5 (Äquivalenzumformung)
Veränderungen an einer Gleichung, die

- *links und rechts das gleiche machen, d.h. die Gleichung = Waage nicht aus dem Gleichgewicht bringen,*
- *und die, die Lösungsmenge nicht verändern*

nennt man Äquivalenzumformung *(Gleichheitsumformung).*

Bemerkung:

- Äquivalenzumformungen sind jene Umformungen, welche die Lösungsmenge einer Gleichung nicht ändern.
- Multiplikation mit 0 sind keine Äquivalenzumformungen.
- Quadrieren ist keine Äquivalenzumformungen, kann aber zu einer Äquivalenzumformung gemacht werden, wenn man in der Grundmenge nur noch positive Zahlen zulässt.

$$\mathrm{G} = \mathbb{N}$$

$$x = 2/^2 \quad \mathrm{L} = \{2\}$$

$$x^2 = 4 \quad \mathrm{L} = \{-2, +2\}$$

6 Termumformungen beim Lösen von Gleichungen

Motivation:

$$\frac{2x}{5} + \frac{x}{4} = 2 + \frac{2}{3}x / \; - \frac{2}{3}x$$

$$\frac{2x}{5} + \frac{x}{4} - \frac{2}{3}x = 2$$

von jetzt ab kommen wir mit Äquivalenzumformungen nicht mehr weiter.
Wir müssen den linken Term vereinfachen:

$$\begin{aligned} \frac{2x}{5} + \frac{x}{4} - \frac{2}{3}x &= 2 \\ \frac{24}{60}x + \frac{15}{60}x - \frac{40}{60}x &= 2 \\ -\frac{1}{60}x &= 2 \end{aligned}$$

jetzt geht es wieder mit einer Äquivalenzumformung weiter

$$\begin{aligned} -\frac{1}{60}x &= 2 / \; \cdot (-60) \\ x &= -120 \end{aligned}$$

7 Sonderfälle von Gleichungen

7.1 Allgemein gültige Gleichungen

$$
\begin{aligned}
\mathrm{G} &= \mathbb{Q} \\
2x + 6 - x &= 3x + 8 - 2 - 2x \\
x - 6 &= x - 6 / + 6 \\
x &= x / - x \\
0.x &= 0 \\
0 &= 0
\end{aligned}
$$

Frage:
Welche Zahlen aus der Grundmenge können in x eingesetzt werden, damit x = x wahr wird?
Antwort:
alle => L = G = $\mathbb{Q}$

7.2 Widersprüchliche Gleichungen

$$
\begin{aligned}
4x - 3(x + 2) &= 5x - 4 - 4x \\
4x - 3x - 6 &= x - 4 \\
x - 6 &= x - 4 / + 4 \\
x - 2 &= x / - x \\
-2 &= 0
\end{aligned}
$$

Frage:
Welche Zahlen aus der Grundmenge können in x eingesetzt werden, damit $x - 2 = x$ wahr wird?
Antwort:
keine => L = {}
Bemerkung:
Im Fall einer widersprüchlichen Gleichung kann auch das Erweitern der Lösungsmenge nicht zu einer Lösung führen.

Übung 1 (Sonderfälle von Gleichungen)
Welche Fälle liegen in den nachfolgenden Beispielen vor?

1. $4x - (3x + 1) = x - 1$
2. $3x - 5 = x - 4 + 2x$*3*

Übung 2 (Beispiele: Gleichungen mit Termumformungen)

1. $5(x-1)-2=2(x+5)-x+3$ $\quad L=\{5\}$
2. $2x+7=\frac{2}{5}x+15$ $\quad L=\{5\}$
3. $5(x+4)+18=9(x+2)$ $\quad L=\{5\}$
4. $(2m-3)-(3m-1)=2+(m+4)$ $\quad L=\{-4\}$
5. $5m-(3+2m)-(3m-1)=m-(4-2m)$ $\quad L=\{2/3\}$
6. $3y+4(y-3)=5y-3(y-1)$ $\quad L=\{3\}$
7. $(2-4x)5+6x=(5-7x)2$ $\quad L=G$
8. $z-3=3z-2(z+1)$ $\quad L=\{\}$
9. $(3u-2)5=(5u-1)3-7$ $\quad L=G$
10. $3(2x-8)-2(4-3x)=20x$ $\quad L=\{-4\}$
11. $2(5x+1)-3(3-2x)=2x+7$ $\quad L=\{1\}$
12. $3(4x-3)-2(2-x)=4(x-2)$ $\quad L=\{1/2\}$
13. $2(5x+1)-3(3-2x)=2x-7$ $\quad L=\{0\}$
14. $2(x+2)-3(2x-1)=5(1-x)$ $\quad L=\{-2\}$
15. $(x+2)(3x-4)=3x(x-2)$ $\quad L=\{1\}$
16. $(6x+5)(4x+3)=3x(8x+1)$ $\quad L=\{-3/7\}$
17. $(5x-7)(4x+5)=10x(2x-1)$ $\quad L=\{5\}$
18. $(x+3)(2x+4)=2x(x-1)$ $\quad L=\{-1\}$
19. $(x+2)^2=x^2+4$ $\quad L=\{0\}$
20. $(x-2)^2=x^2+12$ $\quad L=\{-2\}$
21. $(x+2)^2=(x-2)(x-2)$ $\quad L=\{0\}$
22. $(x+4)^2=(x-4)^2-32$ $\quad L=\{-2\}$
23. $(x-4)^2=(x-4)(x+4)+24$ $\quad L=\{1\}$
24. $(2x-5)^2-(2x+3)(2x-3)=4$ $\quad L=\{3/2\}$
25. $(3z+4)^2-(3z-8)(3z-8)=4z$ $\quad L=\{12/17\}$
26. $(2y-3)^2=(2y+4)(2y-4)-(12y-25)$ $\quad L=G$

27. $(5u-2)^2 = (5u-4)(5u+4) - (12u-28)$ $\qquad L = \{-1\}$

28. $(3x+4)^2 = (5x-3)^2 - (4x-7)^2$ $\qquad L = \{28\}$

29. $(4x-5)^2 = (5x+1)^2 - (3x+8)^2$ $\qquad L = \{44\}$

30. $9(x-3)^2 + 4(2x+1)^2 = (5x-2)^2$ $\qquad L = \{9/2\}$

31. $\frac{x}{2} - \frac{3}{4} = x$ $\qquad L = \{-3/2\}$

32. $\frac{x}{4} + x = 1$ $\qquad L = \{4/5\}$

33. $\frac{x}{2} - \frac{x}{3} = 1$ $\qquad L = \{6\}$

34. $\frac{2y}{3} + \frac{1}{2} = -\frac{5}{6}$ $\qquad L = \{-2\}$

8 Formeln

8.1 Motivation:

$v = \frac{s}{t}$ oder als Definition der Geschwindigkeit: $Geschwindigkeit = \frac{Weg}{Zeit}$
wie sieht dieser Zusammenhang aber nun für die anderen Größen in dieser Gleichung aus?
Hier eine entsprechende Fragestellung:
Wenn jemand 5 Stunden mit 30km/h radelt, wie weit kommt er dann?
Wir formen die Gleichung daher um:

$$v = \frac{s}{t} \quad / \ \cdot t$$
$$s = v \cdot t$$

jetzt können wir berechnen: $30 \cdot 5 = 150$

Definition 6 (Formel)
Mathematische Darstellung eines mathematischen, physikalischen bzw. berechenbaren Zusammenhangs mehrerer Größen mittels eine Gleichung nennt man Formel.

Übung 3 (Formel umformen)

1. $s = v \cdot t \qquad t = ?$
2. $A = \frac{a+c}{2} \cdot h \qquad a = ?,\ h = ?$
3. $\frac{1}{f} = \frac{1}{b} + \frac{1}{g} \qquad f = ?,\ b = ?:$

Übung 4 (Zusätzlicher Übungszettel)
siehe Übungszettel Formeln

9 Textaufgaben

9.1 Musterbeispiel

Anna, Berta, Clemens und David haben von ihren Eltern für den gemeinsamen Zelturlaub 1200 € erhalten. Hin- und Rückfahrt kosten für alle zusammen 100 €. Für Verpflegung und sonstige Ausgaben planen sie täglich insgesamt 80 € ein. Außerdem sind für jede Person pro Tag 8 € Campinggebühr zu bezahlen. Anna hat in ihrem Sparschwein zu Hause 150 € angespart. Berta um 50 € weniger als Anna und die beiden Burschen haben gar nichts angespart.
Wie viel Tage können sie maximal bleiben?

9.2 Vorgangsweise

9.2.1 Text lesen

Text genau lesen:

- Was wird gesucht?
- Was ist gegeben?
- Was wird gebraucht, was ist überflüssig?

9.2.2 Wahl der Variable

Meistens bietet sich die gesuchte Größe als Variable an:
x <=> Anzahl der Urlaubstage, die sie maximal bleiben können. (<=> 1200 € sind aufgebraucht)
WICHTIG: hin schreiben!!!!

9.2.3 Aufstellen der Gleichung

Idee:
Das ausgegebene Geld muss insgesamt 1200 € ergeben

$$1200 = 100 + 80x + 4 \cdot 8 \cdot x$$

9.2.4 Lösen der Gleichung

$$\begin{aligned} 1200 &= 100 + 80x + 32x / -100 \\ 1100 &= 112x / : 112 \\ 1100/112 &= 9,8\ldots = x \end{aligned}$$

9.2.5 Probe & Antwort

1100/12 in Anfangsgleichung einsetzten.
Antwort:
Die 4 Freunde können mit 1200 € 9 Tage bleiben.

Übung 5 (Textaufgaben)

1. *Aus dem Papyrus Rhind aus Ägypten (1700 v. Chr.): Gib zu einer Zahl zwei Drittel seiner selbst hinzu und nimm dann vom bisherigen Ergebnis ein Drittel weg, so bleibt 10. Berechne die Zahl!* $L = \{9\}$

2. *Vermindert man eine Zahl um 3 und multipliziert die so erhaltene Zahl mit 3, so erhält man das selbe Ergebnis, wie wenn man die um 3 vergrößerte Zahl durch 3 dividiert. Wie heißt die Zahl?* $L = \{15/4\}$

3. *Subtrahiert man vom Drittel einer Zahl ein Viertel dieser Zahl, so ergib sich 7. Wie lautet diese Zahl?* $L = \{84\}$

4. *Das Sechsfache einer Zahl ist um 24 kleiner als das Neunfache derselben Zahl. Wie lautet diese Zahl?* $L = \{8\}$

5. *Von zwei Zahlen ist die eine um 4 größer als die andere Zahl. Das Doppelte der größeren Zahl ist um 21 größer als die kleinere Zahl. Wie lauten die beiden Zahlen.* $L = \{(13, 17)\}$

6. *Die Zahl 93 ist so in drei Summanden zu zerlegen, dass folgende Bedingung gilt.*
   a) Jeder Summand ist um 9 größer als der vorhergehende Summand. $L = \{22,31,40\}$
   b) Jeder Summand ist das 5-fache des vorhergehenden Summanden. $L = \{3,15,75\}$

7. *Ein Vater gibt seinem Sohn für jede fehlerlose Arbeit 10 €; für jede fehlerhafte muss der Sohn 5 € zurückzahlen. Bei 30 Arbeiten bleiben dem Sohn 120 €. Wie viele Arbeiten waren fehlerfrei.?* $L = \{18\}$

8. *Ein Geldbetrag soll unter 3 Personen A, B, und C aufgeteilt werden. A erhält um 300 € weniger als die Hälfte des Betrages, B erhält um 200 € weniger als ein Drittel, C erhält um 100 € weniger als ein Viertel des Betrages. Wie viel bekommt jeder? L: A 3300 €, B 2200 €, C 1700 €, Gesamtbetrag 7200 €*

9. *Jemand verspielt 3/4 seines Geldes, gewinnt im zweiten Spiel 50 € und verliert im dritten 1/3 seines jetzigen Besitzes; es bleiben ihm dann noch 60 € übrig. Wievielt Geld hatte er zu Beginn des Spieles?* $L = \{160\}$

10. *Die erste Mathematikschularbeit der 4C Klasse hatte folgendes Ergebnis: 25% „Sehr gut“, 12,5% „Gut“, 37,5% „Befriedigend“, 2 „Genügend“ und 6 „Nicht genügend“. Wievielt SchülerInnen haben die Schularbeit geschrieben?* $L = \{32\}$

11. *Ein Weinhändler mischt 600 l Wein zu 1,2 € mit einer besseren Sorte zu 2 € pro Liter, verkauft das Liter der Mischung um 1,8 € und verdient dabei 320 €. Wie viel Liter der besseren Sorte hat er genommen?* $L = \{200\}$

12. *In einem Parallelogramm ist der Winkel β zwei mal so groß wie der Winkel α. Wie groß sind die Winkel? L = {(60;120)}*

13. *In einem Dreieck ist ein Winkel halb so groß wie der zweite und doppelt so groß wie der dritte Winkel. Wie groß sind die Winkel? L = {(51,45;102,9;25,725)}*

14. *Grabinschrift des griechischen Mathematikers Diophantos (250 n. Chr. in Alexandria): Hier dies Grabmal deckt Diophanto's sterbliche Hülle, und in des trefflichen Kunst zeigt es sein Alter dir an. Knabe zu sein gewährt ihm der Schöpfer ein Sechstel des Lebens, und ein Zwölftel der Zeit ward er ein Jüngling genannt. Noch ein Siebentel schwand, da fand er des Lebens Gefährtin, und fünf Jahre darauf ward ihm ein leibliches Kind. Halb nur hatte der Sohn des Vaters Alter vollendet, als ihn plötzlich der Tod seinem Ernährer entriss. Noch vier Jahre betrauerte er ihn in schmerzlichem Kummer. Und nun sag das Ziel welches er selbst erreichte! L = {84}*

15. *Aus der Arithmetik des Inders Bhaskara (1114 n. Chr.): Jemand hat 300 Rupien und 6 Pferde. Ein anderer hat 10 Pferde, aber eine Schuld von 100 Rupien. Beider Vermögen ist gleich groß. Berechne den Preis eines Pferdes. L = {100}*

16. *Aus: „Rechnen auf den Linien mit der Feder“ von Adam Riese (1492 - 1559): Drei Gesellen wollten ein Haus für 204 Gulden kaufen. Der erste gibt drei mal so viel wie der zweite, dieser viermal so viel wie der dritte. Berechne wie viel jeder von ihnen zu bezahlen hat. L = {(48;16;4)}*

17. *Aus der Algebra von Leonhard Euler (1707 - 1783): Ein Mann hinterlässt 11 000 Taler für seine Witwe, seine zwei Söhne und seine drei Töchter. Nach seinem Testament soll die Frau doppelt so viel bekommen wie ein Sohn, ein Sohn doppelt so viel wie eine Tochter. Berechne, wie viel Taler jeder Erbe erhält! L = {(4000;2000;1000)}*

18. *Der Umfang eines Rechteckes beträgt 78 cm; wird eine Seite um 3 cm vergrößert, die andere um 4 cm verkleinert, so bleibt der Flächeninhalt unverändert. Wie lang sind die Seiten des Rechteckes? L = {(15;24)}*

19. *In einem Rechteck ist die Breite um 3 cm kürzer als die Länge. Vergrößert man die Länge um 2 cm, so ist der Flächeninhalt des neuen Rechtecks um 10cm größer als der des ersten Rechtecks. Wie groß sind die Seiten des ersten Rechtecks? L = {(5;8)}*

20. *Verlängert man jede Seite eines Quadrates um 3 cm, nimmt die Fläche um 21 cm^2 zu. Berechne die Seitenlänge des ursprünglichen Quadrates. L = {2}*

21. *Jemand verspielt $\frac{1}{4}$ seines Geldes, gewinnt im zweiten Spiel 60 € und verliert im dritten 2/3 seines jetzigen Besitzes; es bleiben ihm dann noch 120 € übrig. Berechne, wie viel Geld er zu Beginn des Spieles hatte. L = {400}*

22. *Jemand verspielt $\frac{1}{4}$ seines Geldes, gewinnt im zweiten Spiel 30 € und verliert im dritten 2/3 seines jetzigen Besitzes; es bleiben ihm dann noch 110 € übrig. Berechne, wie viel Geld er zu Beginn des Spieles hatte. L = {400}*

23. *Eine 25 cm hohe Kerze brennt in einer Stunde 1 cm nieder. Eine dickerer 21 cm hohe Kerze brennt in einer Stunde $\frac{1}{2}$ cm nieder. Beide Kerzen werden zur gleichen Zeit angezündet. Berechne nach wie viel Minuten sie gleich hoch sind. L = {8}*

24. *Ein Schmuckstück kostet samt Halskette 350 €. Der Preis für die Halskette beträgt 25% des Preises für das Schmuckstückes. Wie viel Euro kosten Halskette bzw. Schmuckstück? L = {(280;70)}*

Übung 6 (Textaufgaben etwas schwieriger)

1. *In einer dreistelligen Zahl ist die Zehnerziffer um 2 größer als die Einerziffer, während die Hunderterziffer doppelt so groß wie die Einerziffer ist. Vertauscht man die Zehner- und die Hunderterziffer, so ist die erhaltene Zahl um 13 größer als das 11/3 fache der ursprünglichen Zahl. Berechne beide Zahlen! L = {(231;321)}*

2. *Ein Wirt goss in ein Fass, das zum Teil mit gutem Wein gefüllt war, schlechten Wein nach. Der gute Wein war 60 l mehr als die Hälfte der Mischung, der schlechte 26 l mehr als 1/6 der Mischung. Wie viel jeder Sorte war im Fass?*
Hilfe: Setze die Menge der Mischung als Variable fest. L = {(258;189;69)}

3. *Ein Gastwirt bestellt bei einer Weingroßhandlung für 8500 € Weiß- und Rotweine. Auf Weißweine wird ein Rabatt von 5%, auf Rotweine ein solcher von 3% gewährt. Dadurch ergibt sich ein Preisnachlass vom 377 €. Wie hoch war der ursprüngliche Rechnungsbetrag für jede Weinsorte? L = {6100;2400}*

9.3 Schwieriges Beispiel (Rätsel)

(MathematiX 3 S 124 Nr. 652 schwierig)
Frau Knoll ist 3-mal so alt wie ihre Tochter Nina. Vor 4 Jahren war sie 4-mal so alt wie Nina. Wie alt sind die beiden?
Variablenbelegung:
Wähle das Alter von Nina, weil kleine Zahlen später einfachere Rechnungen ergeben
heute: Nina: n Jahre alt Mutter Knoll: 3.n Jahre alte
vor 4 jahren: Nina: n-4 Mutter Knoll: 3.n - 4 aber auch 4.(n - 4)
Gleichung:

$$\begin{aligned} 3n - 4 &= 4 \cdot (n - 4) \\ 3n - 4 &= 4n - 16 \\ n &= 12 \end{aligned}$$

Nina: 12 Jahre und Mutter Knoll 36 Jahre
vor 4 Jahren: Nina: 8 Jahre und Mutter Knoll 32 Jahre