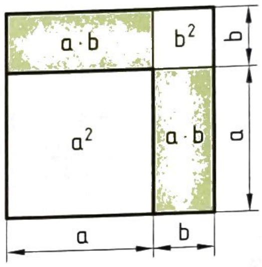
3.6 Binomische Formeln

Martin soll auf einem quadratischen Grundstück mit Seitenlänge a den Rasen mähen. Außerhalb des Zaunes ist an zwei Seiten noch ein zusätzlicher Grünstreifen der Breite b, den er auch mähen muss.
Wie viel ist das insgesamt?



Der Flächeninhalt der gesamten Rasenfläche (➔ Figur rechts) entspricht $A = (a + b)^2$.

Wir können den Flächeninhalt dieses Quadrats auch berechnen, indem wir die vier Teilflächen addieren:
$A = a^2 + a \cdot b + a \cdot b + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Es gilt also: $\mathbf{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$

Zum selben Resultat kommen wir auch rein rechnerisch durch Ausmultiplizieren:
$(a + b)^2 = (a + b) \cdot (a + b) = a \cdot a + b \cdot a + a \cdot b + b \cdot b = a^2 + a \cdot b + a \cdot b + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Zeige durch Ausmultiplizieren, dass auch folgende Formeln gelten:
$\mathbf{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$ $\mathbf{(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2}$

Binomische Formeln

$\mathbf{(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2}$ $\mathbf{(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2}$ $\mathbf{(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2}$

Bemerkung: Terme der Art $(a \pm b)$ heißen Binome (➔ Seite 61).

Aufgaben

446–450: Wende die binomischen Formeln an!

446 **a)** $(a + 1)^2 =$ **c)** $(b + 3)^2 =$ **e)** $(c + 100)^2 =$ **g)** $(10 + d)^2 =$ **i)** $(12 + e)^2 =$
b) $(q - 1)^2 =$ **d)** $(r - 4)^2 =$ **f)** $(s - 8)^2 =$ **h)** $(10 - t)^2 =$ **j)** $(15 - u)^2 =$

447 **Beispiel** $(\underbrace{3x}_{a} - \underbrace{2y}_{b})^2 = \underbrace{3x}_{a} \cdot \underbrace{3x}_{a} - 2 \cdot \underbrace{3x}_{a} \cdot \underbrace{2y}_{b} + \underbrace{2y}_{b} \cdot \underbrace{2y}_{b} = 9x^2 - 12xy + 4y^2$

Bemerkung: Das Zurückführen auf die Formel $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ kann dir hier hilfreich sein.

a) $(2a + 1)^2 =$ **c)** $(4i - 7)^2 =$ **e)** $(2m + 5p)^2 =$ **g)** $(4x + 3y)^2 =$
b) $(3b + 5)^2 =$ **d)** $(2s - t)^2 =$ **f)** $(3u - 4v)^2 =$ **h)** $(5z - 2t)^2 =$

448 **Beispiel** $(-4 + 3a)^2 = (3a - 4)^2 = 9a^2 - 24a + 16$

a) $(-3x + y)^2 =$ **b)** $(-5y + 7z)^2 =$ **c)** $(-4v + 3k)^2 =$ **d)** $\left(-\frac{x}{2} + \frac{y}{3}\right)^2 =$

449 **a)** $(-4a - 3m)^2 =$ **b)** $(-3b - 4u)^2 =$ **c)** $(-6c - v)^2 =$ **d)** $\left(-5r - \frac{s}{2}\right)^2 =$

Bemerkung: $(-a - b)^2 = (a + b)^2$, denn $(-a - b) = (-1) \cdot (a + b)$ und $(-a - b)^2 = (-1)^2 \cdot (a + b)^2 = (a + b)^2$

+ **450** **a)** $(e + fg)^2 =$ **c)** $(1 + ps)^2 =$ **e)** $(3 - gh)^2 =$ **g)** $(a^2 + 2b^2)^2 =$
b) $(a^2 + b^2)^2 =$ **d)** $(a - b^2)^2 =$ **f)** $(ab - c^2)^2 =$ **h)** $(3a^2 - b^2)^2 =$